

April 2024

Time - Three hours
(Maximum Marks: 100)

- [N.B. 1. Answer all questions in PART A. Each question carries one mark.
2. Answer any ten questions in PART B. Each question carries two marks.
3. Answer all question by selecting either A or B. Each question carries fifteen marks. (7+8)]

PART - A

- Find the combined equation of the two straight lines represented by $2x + 3y = 0$ and $4x - 5y = 0$.
- Find the unit vector parallel to $2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$
- Find the value of $[\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} + \vec{k}, \vec{k} + \vec{i}]$
- Evaluate: $\int (x^3 - x - 2) dx$
- Evaluate: $\int_1^3 \frac{dx}{x}$

PART - B

- Find the length of the perpendicular from (2,1) to the straight line $2x + y + 1 = 0$.
- Find the centre and radius of the circle $x^2 + y^2 = 25$.
- Find the eccentricity of hyperbola $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.
- Find the projection of $3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$ on $\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$
- Show that the vectors $4\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ and $3\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ are perpendicular.
- If $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ and $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ find $\vec{a} \times \vec{b}$
- Find the value of 'm' so that the vectors $2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}, 3\vec{i} + m\vec{j} + 5\vec{k}$ are coplanar.
- Find the gradient of $\phi = xyz$
- Find $\text{div } \vec{F}$ if $\vec{F} = 3x^2\vec{i} + 5xy^2\vec{j} + xyz^3\vec{k}$ at the point (1,2,3)
- Evaluate: $\int (x + 3)(x + 2) dx$
- Evaluate: $\int (3\sin x + 9) dx$
- Evaluate: $\int \frac{2x}{x^2 + 4} dx$
- Evaluate: $\int x^2 \sin 2x dx$
- Evaluate: $\int \log x dx$
- Evaluate: $\int x e^{3x} dx$

PART - C

21. A) i. Find the equation of the circle on the line joining the points (2,3), (-4,5) as diameter. Also find the center and radius of the circle.
- ii. Find the equation of the circle passing through the origin and cuts orthogonally each of the circles $x^2+y^2-6x+8=0$ and $x^2+y^2-2x-2y-7=0$.

(or)

- B) i. Find the equation of the Ellipse with focus (2,3) and directrix $x=7$ and $e = \frac{1}{2}$.
- ii. Show that the second degree equation $12x^2 + 7xy - 10y^2 + 13x + 45y - 35 = 0$ in x and y represents a pair of straight lines.

22. A) i. Prove that the points whose position vectors $2\vec{j} + 10\vec{k}$, $7\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}$ and $-4\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$ form an Isosceles triangle.
- ii. Find the value of 'P' such that the vectors $2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$, $p\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ and $3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ lie on the same plane.

(or)

- B) i. Find the area of the triangle formed by the points whose position vectors are $3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ and $2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$.
- ii. Find the Magnitude of the moment of the force $6\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ acting along the point (0,1,-1) about the point (4,3,-1).

23. A) i. Evaluate : (a) $\int (3x + 2)(x + 1)dx$ (b) $\int \sin 3x \sin x dx$

ii. Evaluate : (a) $\int \sec^7 x \tan x dx$ (b) $\int \frac{e^x}{e^x + 5} dx$

(or)

B) i. Evaluate : (a) $\int \frac{2ax+b}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$ (b) $\int \frac{dx}{(7x+1)^2+25} dx$

ii. Evaluate : (a) $\int \frac{dx}{(4x+1)^2-36}$ (b) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-81x^2}}$

24. A) i. Evaluate : (a) $\int x^n \log x dx$ (b) $\int x e^{-7x} dx$
ii. Evaluate : (a) $\int x^2 \cos 6x dx$ (b) $\int x^2 e^{-9x} dx$
(or)
B) i. Evaluate : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 3x \cos x dx$
ii. Evaluate : (a) $\int (x+3) \sin 7x dx$ (b) $\int x^3 e^{-3x} dx$
25. A) i. Find the volume of the solid generated by the area enclosed by the curve $y^2 = x(x-1)^2$ and the X - axis when rotated about X - axis.
ii. Solve: $\frac{dy}{dx} + y \cot x = \sin^3 x$
(or)
B) i. Solve: $(1+e^y) \sec^2 x dx + 5e^y \tan x dy = 0$
ii. Solve: $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = e^{\tan x}$

தமிழ் வடிவம்

பகுதி - அ (5 X 1 = 5)

குறிப்பு : அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். அனைத்து வினாக்களும் சம மதிப்பெண்கள் பெறும்.

1. $2x + 3y = 0$ மற்றும் $4x - 5y = 0$ என்ற தனித்தனிச் சமன்பாடுகளைக் கொண்டு நேர்க்கோடுகளின் ஒருங்கிணைந்த சமன்பாட்டினை எழுதுக.
2. $2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ என்ற வெக்டரின் திசையில் உள்ள ஓரலகு வெக்டரைக் காண்க.
3. $[\vec{i} + \vec{j}, \vec{j} + \vec{k}, \vec{k} + \vec{i}]$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.
4. மதிப்பிடுக: $\int (x^3 - x - 2) dx$
5. மதிப்பிடுக: $\int_1^3 \frac{dx}{x}$

பகுதி - ஆ (10 X 2 = 20)

குறிப்பு : ஏதேனும் பத்து வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். அனைத்து சம மதிப்பெண்கள் பெறும்.

6. (2,1) என்ற புள்ளியிலிருந்து $2x + y + 1 = 0$ என்ற நேர்க்கோட்டிற்கு வரையப்படும் செங்குத்துக்கோட்டின் நீளம் காண்க.
7. $x^2 + y^2 = 25$ என்ற சமன்பாட்டில் வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் காண்க.
8. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்தின் மையத் தொலைத்தகவு காண்க.
9. $3\vec{i} + 4\vec{j} + 5\vec{k}$ என்ற வெக்டரின் மீது $\vec{i} + 2\vec{j} + 6\vec{k}$ என்ற வெக்டரின் வீழல் காண்க.

10. $4\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$ மற்றும் $3\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k}$ ஆகிய இருவெக்டர்கள் செங்குத்தானவை என நிரூபி.
11. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ எனில் $\vec{a} \times \vec{b}$ காண்க.
12. $2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ மற்றும் $3\vec{i} + m\vec{j} + 5\vec{k}$ என்ற வெக்டர்கள் ஒரே தளத்தில் அமைந்தால் 'm' ன் மதிப்பைக் காண்க.
13. $\phi = xyz$ -ன் சாய்வினைக் கண்டுபிடி.
14. $\vec{F} = 3x^2\vec{i} + 5xy^2\vec{j} + xyz^3\vec{k}$ எனில் $\text{div } \vec{F}$ (1,2,3) புள்ளியின் மதிப்பைக் காண்க.
15. மதிப்பீடு: $\int (x+3)(x+2)dx$
16. மதிப்பீடு: $\int (3\sin x + 9)dx$
17. மதிப்பீடு: $\int \frac{2x}{x^2+4} dx$
18. மதிப்பீடு: $\int x^2 \sin 2x dx$
19. மதிப்பீடு: $\int \log x dx$
20. மதிப்பீடு: $\int x e^{3x} dx$

பகுதி - இ (5 X 15 = 75)

குறிப்பு: ஒவ்வொரு வினாவிலும் 'அ' (அல்லது) 'ஆ' வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும்.

21. அ) i. (2,3) மற்றும் (-4,5) என்ற இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோடு ஒருவட்டத்தின் விட்டமெனில், அவ்வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க. மேலும் அவ்வட்டத்தின் மையம் மற்றும் ஆரம் ஆகியவற்றைக் காண்க.
ii. ஆதிப்புள்ளிவழிச் செல்வதும், $x^2+y^2-6x+8=0$ மற்றும் $x^2+y^2-2x-2y-7=0$ ஆகிய வட்டங்களுக்கு செங்குத்தாகவும் அமையும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
(அ)
- ஆ) i. குவியம் (2,3), இயக்குவரை $x = 7$ மற்றும் $e = \frac{1}{2}$ கொண்ட நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு காண்க.
ii. $12x^2 + 7xy - 10y^2 + 13x + 45y - 35 = 0$ என்ற இருபடி சமன்பாடு ஒரு இரட்டை நேர்கோடுகளைக் குறிக்கும் எனகாட்டுக.
22. அ) i. $2\vec{j} + 10\vec{k}$, $7\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}$ மற்றும் $-4\vec{i} + 9\vec{j} + 6\vec{k}$ ஆகிய நிலை வெக்டர்களை கொண்ட புள்ளிகள் ஒரு இருசமபக்க முக்கோணத்தை அமைக்கும் என காட்டுக.
ii. $2\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$, $p\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ மற்றும் $3\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ ஆகியவை ஒரே தளத்தில் அமையும் எனில் 'P' -ன் மதிப்பு காண்க.
(அ)
- ஆ) i. $3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{i} - 3\vec{j} + 5\vec{k}$ மற்றும் $2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ ஆகியவற்றை நிலை வெக்டர்களாக கொண்ட புள்ளிகள் அமைக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பை காண்க.
ii. $6\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ என்ற விசை (0,1,-1) எனும் புள்ளி வழிச்செயல்படின், (4,3,-1) எனும் புள்ளியைப் பொறுத்து திருப்புத்திறனின் எண்ணளவு காண்க.

23. அ) i. மதிப்பிடுக: (a) $\int (3x + 2)(x + 1)dx$ (b) $\int \sin 3x \sin x dx$

ii. மதிப்பிடுக: (a) $\int \sec^7 x \tan x dx$ (b) $\int \frac{e^x}{e^x + 5} dx$

(அ)

ஆ) i. மதிப்பிடுக: (a) $\int \frac{2ax+b}{\sqrt{ax^2+bx+c}} dx$ (b) $\int \frac{dx}{(7x+1)^2+25} dx$

ii. மதிப்பிடுக: (a) $\int \frac{dx}{(4x+1)^2-36}$ (b) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-81x^2}}$

24. அ) i. மதிப்பிடுக: (a) $\int x^n \log x dx$ (b) $\int x e^{-7x} dx$

ii. மதிப்பிடுக: (a) $\int x^2 \cos 6x dx$ (b) $\int x^2 e^{-9x} dx$

(அ)

ஆ) i. மதிப்பிடுக: $\int_0^{\pi} \cos 3x \cos x dx$

ii. மதிப்பிடுக: (a) $\int (x + 3) \sin 7x dx$ (b) $\int x^3 e^{-3x} dx$

25. அ) i. வளைவரை $y^2 = x(x-1)^2$ மற்றும் x -அச்சுக்கு இடையே உள்ள பரப்பளவானது X -அச்சைப் பற்றி சுழல்வதால் உருவாகும் திடப்பொருளின் கன அளவினைக் காண்க.

ii. தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} + y \cot x = \sin 3x$

(அ)

ஆ) i. தீர்க்க: $(1+e^y) \sec^2 x dx + 5e^y \tan x dy = 0$

ii. தீர்க்க: $\frac{dy}{dx} + 2y \tan x = e^{\tan x}$
