

Register No.:

142

October 2023

Time - Three hours
(Maximum Marks: 100)

- [N.B. 1. Answer all questions in PART A. Each question carries one mark.
2. Answer any ten questions in PART B. Each question carries two marks.
3. Answer all questions by selecting either A or B. Each question carries fifteen marks. (7+8)]

PART - A

1. If $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ find $3A$?
2. Find the value of $(2 + i)(3 + i)$
3. Show that $\tan 765^\circ = 1$
4. Evaluate: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2^2}{x - 2}$
5. Find the order and degree of the differential equation.

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 5\frac{d^2y}{dx^2} + 6\frac{dy}{dx} + 7y = 0$$

PART - B

6. Verify the matrix $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ is non-singular.
7. Define an eigen value of a matrix.
8. Find the general term of the expansion $(x + a)^n$
9. If $z_1 = 1 + i$ and $z_2 = 3 + 2i$, find $3z_1 + z_2$.
10. Simplify: $(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)$.
11. Find all the values of $(1)^{1/3}$
12. Convert degree to radian of 30°
13. Express $\sin 5A - \sin 3A$ as a product.
14. In a triangle ABC , if $a = 3$, $b = 5$, and $c = 7$, find the area of the triangle.
15. Evaluate: $\lim_{x \rightarrow -2} (x^4 - 3x + 2)(x - 1)$
16. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y = e^x \sin x$
17. Find $\frac{dy}{dx}$ if $y^2 = 2ax$.

18. Form the differential equation by eliminating the constant 'a' of $y^2 = 4ax$.
19. What is the curvature of a straight line?
20. If $u = x^3 + y^3 + xy$, find $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$

PART - C

21. (a) (i) Find the cofactor matrix of $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$
(ii) Solve the following equations using Cramer's rule
 $4x + y + z = 6, 2x - y - 2z = -6$ and $x + y + z = 3$.

(Or)
(b) (i) If $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 8 \\ 21 & 6 & -6 \\ 4 & -33 & 19 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 1 & -29 & -8 \\ 2 & 0 & 3 \\ 17 & 15 & 4 \end{bmatrix}$ Prove

that $(A + B)^T = A^T + B^T$.

- (ii) Find the term independent of 'x' in the expansion of $(x^2 + \frac{1}{x})^{12}$
22. (a) (i) Find the modulus and amplitude of $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$
(ii) Show that the complex numbers $1 - 2i, -1 + 4i, 5 + 8i$ and $7 + 2i$ form a parallelogram.

(Or)

(b) (i) Simplify using Demoiivre's Theorem
$$\frac{(\cos 3\theta + i\sin 3\theta)^{-5}(\cos 2\theta + i\sin 2\theta)^4}{(\cos 4\theta - i\sin 4\theta)^{-2}(\cos 5\theta - i\sin 5\theta)^3}$$

(ii) Solve: $x^3 - 1 = 0$

23. (a) (i) Prove that $\sin^2 A + \sin^2(60^\circ + A) + \sin^2(60^\circ - A) = \frac{3}{2}$
(ii) If $\cos A = \frac{1}{7}, \cos B = \frac{13}{14}$ prove that $A - B = \frac{\pi}{3}$

(Or)

(b) (i) Prove that $\tan^{-1} \left[\frac{3x - x^3}{1 - 3x^2} \right] = 3\tan^{-1}x$.

(ii) Prove that $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{16}$

24. (a) (i) Evaluate $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 3^3}{x^4 - 3^4}$

- (ii) Differentiate the following with respect to 'x'.
(1) $x^3(1 + \log x)$ (2) $\frac{x + \tan x}{\cos x}$

(Or)

(b) (i) Differentiate the following with respect to x. (1) $x^3 \sin x \tan x$
(2) $\frac{x+6}{x-7}$

(ii) Find $\frac{dy}{dx}$ if $x^3 + y^3 = 3axy$

25. (a) (i) If $y = x^2 \sin x$ prove that $x^2 y_2 - 4xy_1 + (x^2 + 6)y = 0$
(ii) Eliminate the constant by differentiating twice
 $y = a \cos x + b \sin x$

(Or)

(b) (i) If $u = x^3 + y^3 + 3xy^2$ prove that $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3u$

(ii) If $u = x^3 + y^3 + 4xy$ find $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$

தமிழ் வடிவம்

- [குறிப்பு 1. பகுதி-அ வில் உள்ள அனைத்து வினாக்களுக்கும் விடையளிக்கவும். அனைத்து வினாக்களும் சம மதிப்பெண்கள் பெறும். (5 x 1 = 5)
2. பகுதி-ஆ வில் உள்ள ஏதேனும் பத்து வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். அனைத்து வினாக்களும் சம மதிப்பெண்கள் பெறும். (10 x 2 = 20)
3. பகுதி-இ யில் உள்ள ஒவ்வொரு வினாவிலும் அ (அல்லது) ஆ வினாக்களுக்கு விடையளிக்கவும். அனைத்து வினாக்களும் சம மதிப்பெண்கள் பெறும். (5 x 15 = 75) (7+8)]

பகுதி - அ

1. $A = \begin{pmatrix} 5 & -6 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$ எனில் $3A$ -ன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.
2. $(2 + i)(3 + i)$ -ன் மதிப்பைக் கண்டுபிடி.
3. $\tan 765^\circ = 1$ என்று நிரூபி.
4. மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2^2}{x - 2}$
5. $\frac{d^3 y}{dx^3} - 5 \frac{d^2 y}{dx^2} + 6 \frac{dy}{dx} + 7y = 0$ என்ற வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் வரிசை எண் மற்றும் படையைக் காண்க.

பகுதி - ஆ

6. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$ என்ற அணி பூஜ்ஜியமற்ற அணியா என சரிபார்க்கவும்.
7. ஒரு அணியின் ஐகன் மதிப்பை (eigen value) வரைபறு.

[திருப்புக.....

8. $(x + a)^n$ -ன் விரிவில் பொது உறுப்பைக் காண்க.
9. $z_1 = 1 + i$, $z_2 = 3 + 2i$ எனில் $3z_1 + z_2$ மதிப்பு காண்க.
10. சுருக்குக: $(\cos 3\theta + i \sin 3\theta)(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)$.
11. $(1)^{1/3}$ -ன் அனைத்து மதிப்புகளையும் காண்க.
12. 30° -டிகிரியை ரேடியனாக மாற்றுக.
13. $\sin 5A - \sin 3A$ என்பதை பெருக்கலாக தெரிவி.
14. ΔABC -இல் $a = 3$, $b = 5$, $c = 7$ எனில் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு காண்க.
15. மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow -2} (x^4 - 3x + 2)(x - 1)$
16. $y = e^x \sin x$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ -யைக் காண்க.
17. $y^2 = 2ax$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ -யைக் காண்க.
18. 'a' என்ற மாறிலியை நீக்கி, $y^2 = 4ax$ -ன் வகைகெழு சமன்பாட்டினைக் காண்க.
19. ஒரு நேர் கோட்டின் வளைவு யாது?
20. $u = x^3 + y^3 + xy$ எனில் $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

பகுதி - இ

21. (அ) (i) $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் இணைக்காரணிகள் அணியைக் காண்க.
(ii) கிராமரின் விதிப்படி பின்வரும் சமன்பாடுகளை தீர்க்க $4x + y + z = 6$,
 $2x - y - 2z = -6$ மற்றும் $x + y + z = 3$.

(ஆ)

(ஆ) (i) $A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 8 \\ 21 & 6 & -6 \\ 4 & -33 & 19 \end{bmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{bmatrix} 1 & -29 & -8 \\ 2 & 0 & 3 \\ 17 & 15 & 4 \end{bmatrix}$ எனில்

$(A + B)^T = A^T + B^T$ என நிரூபி.

- (ii) $\left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^{12}$ என்ற விரிவாக்கத்தின் 'x' இல்லாத உறுப்பைக் காண்க.

22. (அ) (i) $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ என்ற சிக்கலெண்ணின் மட்டு மற்றும் வீச்சு கண்டுபிடி.
(ii) $1 - 2i, -1 + 4i, 5 + 8i$ மேலும் $7 + 2i$ என்ற சிக்கலெண்கள் ஒரு இணைகரத்தை அமைக்கும் என காட்டுக.

(அ)

- (ஆ) (i) டீமார்வின் தேற்றத்தை பயன்படுத்தி சுருக்குக.

$$\frac{(\cos 3\theta + i\sin 3\theta)^{-5}(\cos 2\theta + i\sin 2\theta)^4}{(\cos 4\theta - i\sin 4\theta)^{-2}(\cos 5\theta - i\sin 5\theta)^3}$$

- (ii) தீர்க்க $x^3 - 1 = 0$

23. (அ) (i) $\sin^2 A + \sin^2(60^\circ + A) + \sin^2(60^\circ - A) = \frac{3}{2}$ என நிரூபி.
(ii) $\cos A = \frac{1}{7}, \cos B = \frac{13}{14}$ எனில் $A - B = \frac{\pi}{3}$ என நிரூபி.

(அ)

- (ஆ) (i) $\tan^{-1} \left[\frac{3x-x^3}{1-3x^2} \right] = 3\tan^{-1}x$ என நிரூபி.

- (ii) $\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \frac{1}{16}$ என நிரூபி.

24. (அ) (i) மதிப்பிடுக $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-3^3}{x^4-3^4}$
(ii) கீழே கொடுக்கப்பட்டதை 'x' ஐப் பொறுத்து வகையிடுக.

(1) $x^3(1 + \log x)$ (2) $\frac{x+\tan x}{\cos x}$

(அ)

- (ஆ) (i) கீழே கொடுக்கப்பட்டதை 'x' ஐப் பொறுத்து வகையிடுக.

(1) $x^3 \sin x \tan x$ (2) $\frac{x+6}{x-7}$

- (ii) $x^3 + y^3 = 3axy$ எனில் $\frac{dy}{dx}$ -ஐக் காண்க.

25. (அ) (i) $y = x^2 \sin x$ எனில் $x^2 y_2 - 4xy_1 + (x^2 + 6)y = 0$ என நிறுவுக.
(ii) இரண்டு தடவை வகைபாட்டு மாறிலியை நீக்குக $y = a \cos x + b \sin x$

(அ)

- (ஆ) (i) $u = x^3 + y^3 + 3xy^2$ எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 3u$ என நிரூபி.
(ii) $u = x^3 + y^3 + 4xy$ எனில் $x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$ ஐக் காண்க.
